Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение

«Средняя общеобразовательная школа №28»

**Научно-практическая конференция «Шаг в науку»**

**Научно-исследовательская работа**

по математике

«Математика и искусство»

Выполнили ученики 10 А класса

Ревишвили Георгий, Абрамян Мхитар

Руководитель: Овсянкина Оксана Алексеевна

учитель математики

г. Мытищи  
2014 г.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Содержание: | | |
| 1 Введение |  | 3 |
| 2 Замечательные точки треугольника |  | 5 |
| 3 Теорема Эйлера об окружности девяти точек |  | 8 |
| 4 Вспомогательные теоремы |  | 10 |
| 5 Прямая Эйлера и теорема Эйлера в планиметрии |  | 11 |
| 6 Заключение |  | 14 |
| 7 Библиография |  | 15 |

**ВВЕДЕНИЕ**

Большинство школьников считают, что такие разные предметы как математика и искусство не взаимосвязаны между собой, поэтому не уделяют всем предметам одинаковое внимание.

Как вы уже догадались, Объектом нашего исследования является связь математики с искусством. Цель нашей сегодняшней работы показать вам, как связаны эти два противоречивых предмета

У школьников обычно складывается впечатление, что математика занимается исключительно числами и измерениями. Однако, на самом деле, математика – это нечто гораздо большее, чем просто наука для счетоводов и кассиров. Математика и искусство: сегодня эти две великие сферы культуры многими воспринимаются как два полюса или даже как две противоборствующие духовные силы, тогда как на самом деле они тесно переплетены крепкими незримыми узами.

# 2. Выдающиеся люди с истории математического изобразительного искусства

Голландский художник М.К. Эшер (1898-1972) в некотором роде является отцом математического искусства. Математические идеи играют центральную роль в большинстве его картин за исключением лишь ранних работ. Большинство идей, часто используемых современными математическими художниками, были использованы Эшером, и его работы часто являются источником вдохновения для современных авторов. Надеемся, что читатель знаком с работами Эшера, которые детально рассмотрены в литературе [1]-[3]. В данном разделе перечислены другие выдающиеся личности, которые не так часто ассоциируются с математическим искусством.

Одной из частых тем математического искусства является использование многогранников, которые были изучены достаточно давно. Платон (427-348 до н.е.) описал пять правильных многогранников, которые также иногда называются телами Платона. Однако открыты они были раньше Платона, и детали открытия правильных многогранников остаются загадкой. Платон соотносил эти тела с четырьмя элементами: огонь - тетраэдр, воздух - октаэдр, вода - икосаэдр, земля - куб. Далее, он писал, что существует пятая комбинация, которой Бог ограничил Мир, это додекаэдр. Архимед (290/280-212/211 до н.э) описал 13 полуправильных многогранников. Так же как правильные многогранники называют Платоновыми, полуправильные многогранники называют архимедовыми. Записи Архимеда об этих многогранниках были утеряны вместе с фигурами многогранников. Они были открыты вновь лишь в эпоху Ренессанса, и описание всех 13 многогранников было впервые опубликовано в книге Иоганна Кеплера "Harmonices Mundi" в 1619 году, почти через две тысячи лет после смерти Архимеда.

Леонардо да Винчи (Leonardo da Vinci ) (1452-1519) известен своими достижениями в качестве изобретателя и художника. В его записных книгах содержатся первые из известных примеров анаморфного искусства, использующего искаженные сетки перспективы. Его наклонные анаморфные изображения представляют объекты, которые должны рассматриваться по углом, чтобы они выглядели неискаженными.

Иоганн Кеплер (Johannes Kepler) (1580-1630) более известен своими работами в астрономии, но также имел большой интерес к геометрическим тесселяциям и многогранникам. В своей книге "Harmonices Mundi" (1619) он опубликовал примеры заполнения плоскости плитками в виде правильных и звездчатых многоугольников в дополнение к многогранникам, о которых было сказано выше.

Коломан Мозер (Koloman Moser) (1868-1918) - художник-график, преподававший в Вене и работавший в стиле модернизма. Он исполнил пару тесселляций в виде рыб в период 1899-1900 гг., выглядящие вполне в стиле Эшера. Однако, несомненно, Эшер не мог знать о работах Мозера вплоть до 1964 года.

Некоторые известнейшие художники XX века активно использовали математику в искусстве. Пит Мондриан (Piet Mondriaan) (1872-1944) - голландский художник, известный своими геометрическими абстракциями; несколько его работ изображают цветные блоки, разделенные черными линиями.

Сальвадо Дали (Salvador Dali) (1904-1989) - яркий и парадоксальный испанский художник использовал математические идеи в некоторых своих картинах. На картине "Распятие" ("Crucifixion") (1954) изображен гиперкуб, а на картине "La Visage de la Guerre" (1940) изображена фрактальная последовательность уменьшающихся гротескных лиц. Он также создал несколько эротических анаморфиных изображений.

Макс Биль (Max Bill) (1908-1994) - художник-график и скульптор, обучавшийся в Баухаузе (Bauhaus), создавал скульптуры, основанные на ленте Мебиуса, многие из которых высталены в общественных местах.

Виктор Васарели (1908-1997) - художник, родившийся в Венгрии, известен как пионер и практик направления оптического искусства Оп-арт (Op Art). Он использовал окрашенные простые геометрические формы, часто объединенные в массивы, для создания эффекта движения, выпуклости или вогнутости на плоском рисунке.

Бенуа Мандельброт (Benoit Mandelbrot) (1924-...) - математик, в значительной степени ответственный за формализацию и популяризация концепции фракталов. Он открыл множество Мандельброта, наиболее известный фрактальный объект. Он также изобрел термин "фрактал" ("fractal"), полученный из латинского слова "fractus", означающий "разбитый на куски", "сломанный". О его понимании эстетического содержания фракталов говорит следующая цитата: "Может ли чистая геометрия 'человеку с улицы' показаться прекрасной? Точнее, может ли фигура, описываемая простым уравнением или правилом построения, быть воспринята человеком, не связанным с геометрией, как фигура имеющая эстетическое значение, а именно, быть декоративной, а возможно и видом искусства? Если эта геометрическая фигура - фрактал, то ответ - да."

**1.Математика и музыка**

Почтенный Пифагор отвергал оценку музыки, основанную на свидетельстве чувств. Он утверждал, что достоинства ее должны восприниматься умом, и потому судил о музыке не по слуху, а на основании математической гармонии и находил достаточным ограничить изучение музыки пределами одной октавы.

Итак, что открыл Пифагор?

Возьмем для примера так называемую «гармоническую пропорцию». Говорят, что три числа образуют гармоническую пропорцию, если обратные им числа удовлетворяют непрерывной арифметической пропорции.  
Оказывается, длины трех струн, дающих ноты до, ми, соль, которые составляют один из наиболее благозвучных аккордов, удовлетворяют гармонической пропорции, а числа колебаний этих струн образуют непрерывную арифметическую пропорцию. Следовательно, числа предшествуют гармонии, так как их неизменные законы управляют всеми гармоническими пропорциями.  
Пифагорейский музыкальный строй, определивший на столетия судьбу европейской музыки, — это математика.

**Интересный факт**

Как могли бы выглядеть музыкальные произведения? Этим вопросом задался Бенджамин Самюэль Корен, глава компании 1: One, которая занимается вычислительной геометрией. "Когда слушаешь музыку, трудно уловить структуру произведения, — говорит он. — Так что я решил визуализировать ее".

Идея была довольно простой: Бенджамин присвоил каждому звуку определенный цвет. Затем Корен создал изображение произведения, учитывая последовательность нот и длительность каждого звука. Получившееся полотно состоит из разноцветных квадратиков и имеет удивительно гармоничные цветовые сочетания. Посередине проходит хорошо различимая вертикальная "ось" желтого цвета, еще две синие находятся по бокам.

"Я не имел понятия, что получится в результате, — рассказывает Корен. — Но в середине произведения любой может разглядеть три оси, причем желтая находится в центре. Так что у "Вариаций Гольдберга" действительно есть золотая середина!"

**2.Математика и поэзия**

Математика и поэзия. Что роднит их, казалось, на первой взгляд они такие разные… Ученым не чужда поэзия. Как показывает история науки, еще со времен пифагорейцев выдающиеся математики увлекались поэзией и даже сами пробовали писать. Большое математическое дарование нередко сочетается с проявлением творческого интереса к поэзии.

Широко распространено мнение, что А.С. Пушкин был не совсем в ладах с математикой. На самом деле, из воспоминаний старшей сестры Ольги, мы узнаем, что в детстве бывало он плакал над задачами по математике.

На страницах гениальных творений Пушкина нашли отражение математические понятия, термины и идеи. Связи поэта с современной ему математикой весьма многообразны.

В материалах записных книжек Пушкина за 1835 год содержится гипотеза о происхождении формы цифр: «Форма цифр арабских составлена из следующей фигуры: AD (1), ABDC (2), ABECD (3), ABD+AE (4). Русские цифры составлены по тому же образцу».

**Стихи и цифры**

В цифровой поэзии используют только числительные. по форме это настоящие стихи. В цифровых стихотворениях сеть и рифма, и ритм, и размер. Единственное, что в них отсутствует — это смысл.

Бывают веселые цифровые стихи, грустные цифровые стихи, стихи классиков в числах и так далее.

17 30 48  
140 10 01  
126 138  
140 3 501

2 15 42

42 15

37 08 5

20 20 20!

**ЗОЛТОЕ СЕЧЕНИЕ В РАЗНЫХ ОТРАСЛЯХ.**

Целое всегда состоит из частей, части разной величины находятся в определенном отношении друг к другу и к целому.

Золотым сечением (делением) и даже “божественной пропорцией” называли математики древности и средневековья деление отрезка, при котором длина всего отрезка так относится к длине его большей части, как длина большей части к меньшей. Это отношение приближенно равно 0,618 или 5/8. Цифры, выражающие длины отрезков, оставляют ряд чисел. 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 и т.д. известен как ряд Фибоначчи. Особенность последовательности чисел состоит в том, что каждый ее член, начиная с третьего, равен сумме двух предыдущих 2 + 3 = 5; 3 + 5 = 8; 5 + 8 = 13, 8 + 13 = 21; 13 + 21 = 34 и т.д., а отношение смежных чисел ряда приближается к отношению золотого деления.

Замечательный пример “золотого сечения” представляет собой правильный пятиугольник.

К примеру, в правильной пятиконечной звезде, каждый сегмент делится пересекающим его сегментом в золотом сечении (т. е. отношение синего отрезка к зелёному, красного к синему, зелёного к к фиолетовому, равны 1.618.

Многими исследователями было замечено, что в стихотворениях существуют кульминационные пункты, которые делят стихотворение в пропорции золотого сечения.  
Рассмотрим, например, стихотворение А.С. Пушкина "Сапожник":

Картину раз высматривал сапожник

И в обуви ошибку указал;

Взяв тотчас кисть, исправился художник,

Вот, подбочась, сапожник продолжал:

"Мне кажется, лицо немного криво ...

А эта грудь не слишком ли нага?

Тут Апеллес прервал нетерпеливо:

"Суди, дружок, не выше сапога!"

Есть у меня приятель на примете:

Не ведаю, в каком бы он предмете

Был знатоком, хоть строг он на словах,

Но черт его несет судить о свете:

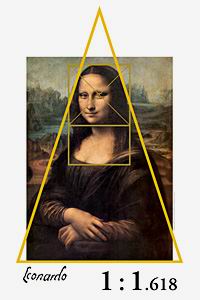
Попробуй он судить о сапогах!

Проведем анализ этой притчи. Стихотворение состоит из 13 строк. В нем выделяется две смысловые части: первая в 8 строк и вторая (мораль притчи) в 5 строк (13, 8, 5 - числа Фибоначчи).

Представляет несомненный интерес анализ романа "Евгений Онегин. Этот роман состоит из 8 глав, в каждой из них в среднем около 50 стихов. Наиболее совершенной, наиболее отточенной и эмоционально насыщенной является восьмая глава. В ней 51 стих. Вместе с письмом Евгения к Татьяне (60 строк) это точно соответствует числу Фибоначчи 55!

**“Джоконда” Леонардо да Винчи**

Портрет  Монны Лизы (Джоконды) долгие годы привлекает внимание исследователей, которые обнаружили, что композиция рисунка основана на золотых треугольниках, являющихся частями правильного звездчатого пятиугольника.



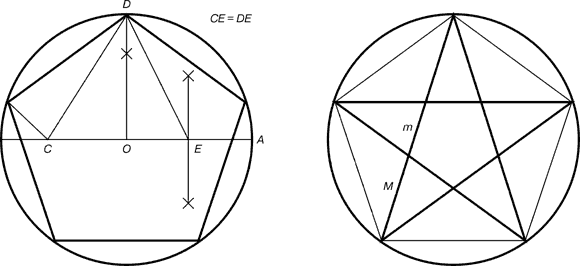
**Золотой треугольник**

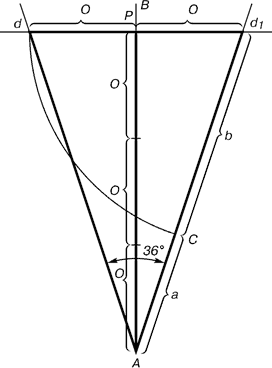
Мхитар:Для нахождения отрезков золотой пропорции восходящего и нисходящего рядов можно пользоваться *пентаграммой*.

Я:Для построения пентаграммы необходимо построить правильный пятиугольник. Способ его построения разработал немецкий живописец и график Альбрехт Дюрер (1471...1528). Пусть *O* – центр окружности, *A* – точка на окружности и *Е*– середина отрезка *ОА*. Перпендикуляр к радиусу *ОА*, восставленный в точке *О*, пересекается с окружностью в точке *D*. Пользуясь циркулем, отложим на диаметре отрезок *CE* = *ED*. Длина стороны вписанного в окружность правильного пятиугольника равна *DC*. Откладываем на окружности отрезки *DC* и получим пять точек для начертания правильного пятиугольника. Соединяем углы пятиугольника через один диагоналями и получаем пентаграмму. Все диагонали пятиугольника делят друг друга на отрезки, связанные между собой золотой пропорцией.

Мхитар:Каждый конец пятиугольной звезды представляет собой золотой треугольник. Его стороны образуют угол 36° при вершине, а основание, отложенное на боковую сторону, делит ее в пропорции золотого сечения.

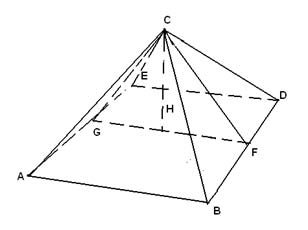
Проводим прямую *АВ*. От точки *А* откладываем на ней три раза отрезок *О* произвольной величины, через полученную точку *Р* проводим перпендикуляр к линии *АВ*, на перпендикуляре вправо и влево от точки *Р* откладываем отрезки *О*. Полученные точки *d* и *d*1 соединяем прямыми с точкой *А*. Отрезок *dd*1откладываем на линию *Ad*1, получая точку *С*. Она разделила линию *Ad*1 в пропорции золотого сечения. Линиями*Ad*1 и *dd*1 пользуются для построения «золотого» прямоугольника.





**АРХИТЕКТУРА**

**Пирамида Хеопса**



В пирамиде Хеопса принцип Золотого Сечения отражён в  треугольнике сечения по оси симметрии в вертикальной плоскости

Сумма  2-х равных сторон равнобедренного треугольника GCF относится к его основанию также как сумма равных сторон и основания   к сумме равных сторон, т.е.:

http://piramidki.com/sites/default/files/site/formula.jpg

Такое равенство возможно только в том случае, если угол наклона граней пирамиды CFG составляет 53 градуса. Именно такой наклон имеет место в пирамиде Хеопса, которую условно можно назвать классической.

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Итак, наш проект подошёл к концу, следствие того о чём мы говорили сегодня подтверждает неправоту учащихся которые думают что математика не используется нигде, кроме математики.

Надеемся, что наш проект заставил вас поверить что математика и искусство очень тесно взаимосвязаны друг с другом.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

А.Г. Гейн, А.О. Касымов «Математика и музыка»

Статья В.В. Липилиной из «Вестника ОмГУ» за 02. 2002г.

А. И. Волошинов «Пифагор»

Математика и музыка: Методические указания для руководителей кружков НПОУ «Поиск»/Сост. И.А.Круглова; Под ред. В.Н. Сергеева. Омск: Омск. Ун-т, 1991, 90 с.

Садовский Л.Е., Садовский А.Л. Математика и спорт. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1985. – 192 с. – (Библиотечка «Квант». Вып. 44).

Ресурсы Интернета.